Das Dezibel in HF- und Mikrowellen-Technik
(Teil 1)

30 dBm + 30 dBm = 60 dBm – stimmt das oder stimmt´s nicht? Warum ist 1% einmal -40 dB, ein anderes Mal 0,1 dB bzw. 0,05 dB? Auch erfahrene Ingenieure kommen bei diesen Fragen gelegentlich ins Grübeln. Darum informiert dieser zweiteilige Beitrag auf Grundlage von Auszügen aus der genannten Quelle und hilft somit, früher Gelerntes wieder oder noch Unbekanntes neu ins Gedächtnis zu holen.

Quelle: 'dB or not dB? Was Sie schon immer zum Rechnen mit dB wissen wollten… Application Note 1MA98 Rohde & Schwarz

Dezibel, dBm, dB(µV/m) – das sind Begriffe, deren Bedeutung ein Ingenieur im Schlaf kennen muss. Tut er´s nicht, hat er in seinem Job einen deutlichen Nachteil. Tauchen wie üblich diese Begriffe im Gespräch mit Kunden oder Kollegen auf, wird er sich kaum auf die Sache konzentrieren können, wenn er ständig überlegen muss – wie war das doch noch, sind 3 dB jetzt Faktor 2 oder 4 oder was? Es lohnt sich, wenn man sich diese Zusammenhänge, die man sicher schon mal gelernt hat, wieder ins Gedächtnis ruft und den Umgang damit übt.

Was bedeutet dBm?

Bezieht man eine beliebige Leistung auf eine feste Bezugsgröße, wird aus dem logarithmischen Leistungsverhältnis eine Absolutgröße. Diese Größe nennt man auch Pegel (s. Teil 2). Die in der Hochfrequenz- und Nachrichtentechnik am häufigsten benutzte Bezugsgröße ist eine Leistung von 1 mW an 50 Ohm. Zur Kennzeichnung dieses Bezugs schreibt man nach dB noch ein m (für mW), also dBm. Aus dem allgemeinen Leistungsverhältnis P_1 zu P_2 wird das Verhältnis P_1 zu 1 mW, angegeben als Pegel in dBm:

$$P = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_1}{1\,mW}\right)\,\text{dBm}$$

Die korrekte Schreibweise für diese Formel wäre nach der Norm IEC 27 übrigens eine andere. Pegel sind danach mit dem Zeichen L zu kennzeichnen und der Referenzwert ist explizit anzugeben. Damit wird diese Formel zu:

$$L_{P(\text{re}\,1\,\text{mW})} = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_1}{1\,mW}\right)\,\text{dB}$$

oder in verkürzter Schreibweise:

$$L_{P/1\,\text{mW}} = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_1}{1\,mW}\right)\,\text{dB}$$

Angaben wären dann z.B. $L_{P/1mW}$ = 7 dB. Der Ausdruck 7 dBm soll nach IEC 27 ausdrücklich vermieden werden. Es sei allerdings angemerkt, dass dies nicht gerade der üblichen Praxis entspricht – auch im Rest dieser Applikationsschrift wird weiterhin dBm verwendet.

Um Ihnen ein Gefühl für die vorkommenden Größenordnungen zu geben, hier einige Beispiele: Der Ausgangsleistungsbereich von Messsendern geht üblicherweise von -140 bis +20 dBm entsprechend 0,01 fW (Femtowatt) bis 0,1 W. Mobilfunk-Basisstationen senden mit 43 dBm bzw. 20 W, Handys senden mit 10 bis 33 dBm oder 10 mW bis 2 W. Rundfunksender senden mit 70 bis 90 dBm bzw. 10 kW bis 1 MW.

Spannungs-dB – Leistungs-dB, was ist der Unterschied?

Spannungs-dB, Leistungs-dB – vergessen Sie alles, was Sie hierzu gehört haben. Es gibt nur ein dB. Das dB ist das Verhältnis zweier Leistungen P_1 und P_2. Jede Leistung lässt sich allerdings bei bekanntem Widerstand durch eine Spannung ausdrücken:

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} \text{ und } P_2 = \frac{U_2^2}{R_2}$$

Damit errechnet sich das logarithmische Verhältnis zu:

$$a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \text{dB}$$
$$= 10 \cdot \lg\left(\frac{U_1^2}{U_2^2} \cdot \frac{R_2}{R_1}\right) \text{dB}$$

Wendet man die (hoffentlich) bekannten Rechenregeln

$$\log\left(\frac{1}{x}\right) = -\log(x)$$
$$\log(x^y) = y \cdot \log(x)$$
$$\log(xy) = \log(x) + \log(y)$$

an, so wird daraus (wir verwenden wieder lg als Logarithmus zur Basis 10):

$$a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \text{dB}$$
$$= 10 \cdot \lg\left(\frac{U_1^2}{U_2^2} \cdot \frac{R_2}{R_1}\right) \text{dB}$$
$$= 20 \cdot \lg\left(\frac{U_1}{U_2}\right) \text{dB} - 10 \cdot \lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \text{dB}$$

Man beachte das Minuszeichen.

In den meisten Fällen ist der Bezugswiderstand für die beiden Leistungen gleich, also R1 = R2. Dann kann man wegen

$$10 \cdot \lg(1) = 0$$

vereinfacht schreiben:

$$a = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \text{dB} = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_1}{U_2}\right) \text{dB}$$

Damit ist auch erklärt, warum man bei Leistungsverhältnissen mit 10 lg und bei Spannungsverhältnissen mit 20 lg rechnet.

Zurückrechnen auf lineare Werte

Man muss bei Spannungsverhältnissen den Wert a durch 20 teilen, wir rechnen ja mit U_2 und Dezi-Bel (20 = 2 x 10, 2 von U_2, 10 von Dezi):

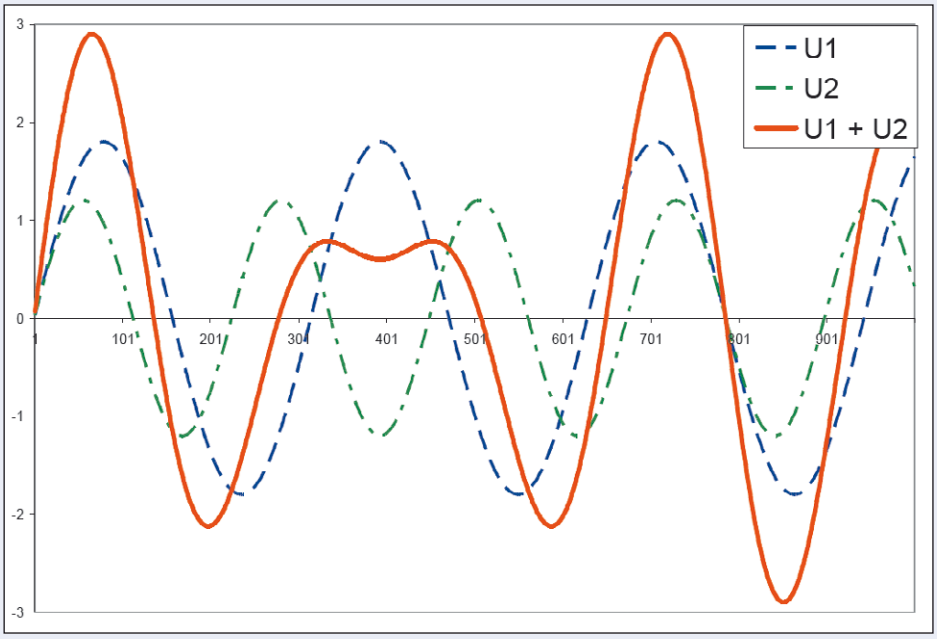

Bild 1: Addition zweier unkorrelierter Spannungen

$$\frac{U_1}{U_2} = 10^{\frac{a/\text{dB}}{20}}$$

Einfacher ist es bei den Leistungsverhältnissen, da man nun mit einer 10 statt mit einer 20 rechnen kann, das geht im Kopf bzw. man verschiebt nur das Komma um eine Stelle nach rechts:

$$\frac{P_1}{P_2} = 10^{\frac{a/\text{dB}}{10}}$$

Pegel – was ist das?

Wie schon erläutert, bezeichnet dBm den Bezug einer Leistung auf 1 mW. Andere häufig benutzte Bezugsgrößen sind 1 W, 1 V, 1 µV oder auch 1 A bzw. 1 µA. Die dazugehörigen Bezeichnungen sind dB(W), dB(V), dB(µV), dB(A) und dB(µA) sowie bei Feldstärkemessungen dB(W/m²), dB(V/m), dB(µV/m), dB(A/m) und dB(µA/m). Ähnlich wie für dBm findet man auch hierfür die nach Norm eigentlich nicht korrekten Schreibweisen dBW, dBV, dBµV, dBA,

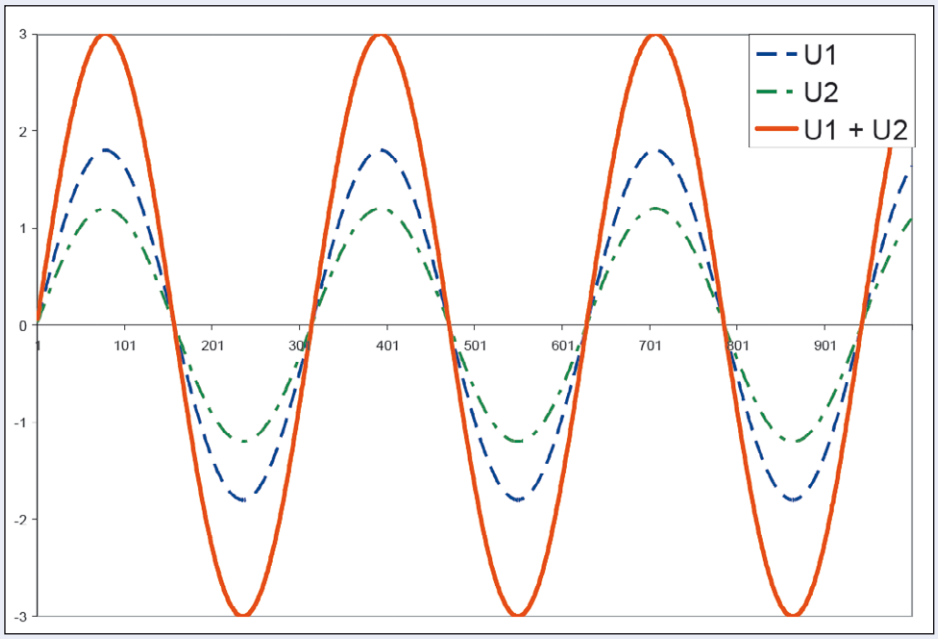

Bild 2: Addition zweier korrelierter Spannungen, Phasenwinkel 0° (blau Spannung U_1, grün Spannung U_2, rot Summenspannung U)

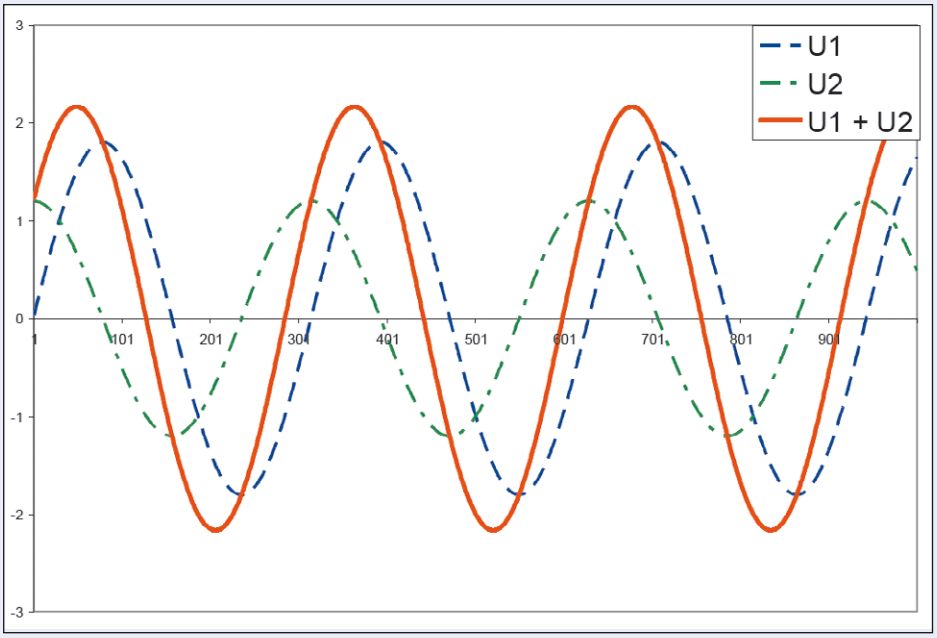

Bild 3: Addition zweier korrelierter Spannungen, Phasenwinkel 90°

dBµA, dBW/m², dBV/m, dBµV/m, dBA/m und dBµA/m.

Aus den Relativwerten Leistung P_1 (Spannung U_1) bezogen auf Leistung P_2 (Spannung U_2) werden mit den oben angegebenen Bezugswerten nun Absolutwerte. Diese Absolutwerte bezeichnet man auch als Pegel. Ein Pegel von 10 dBm entspricht einem Wert von 10 dB über 1 mW, ein Pegel von -17 dB(µV) einem Wert von 17 dB unter 1 µV.

Bei der Berechnung der Größen muss man darauf achten, ob es sich um leistungsproportionale oder spannungsproportionale Größen handelt. Leistungsproportionale Größen (Leistungsgrößen, power quantities) sind z.B. die Leistung selbst, Energie, Widerstand, Rauschzahl und Leistungsflussdichte. Spannungsproportionale Grössen, auch Feldgrößen (field quantities) genannt, sind beispielsweise Spannung, Strom, elektrische und magnetische Feldstärke oder Reflexionsfaktor.

Beispiele: Eine Leistungsflussdichte von 5 W/m² ergibt als Pegel:

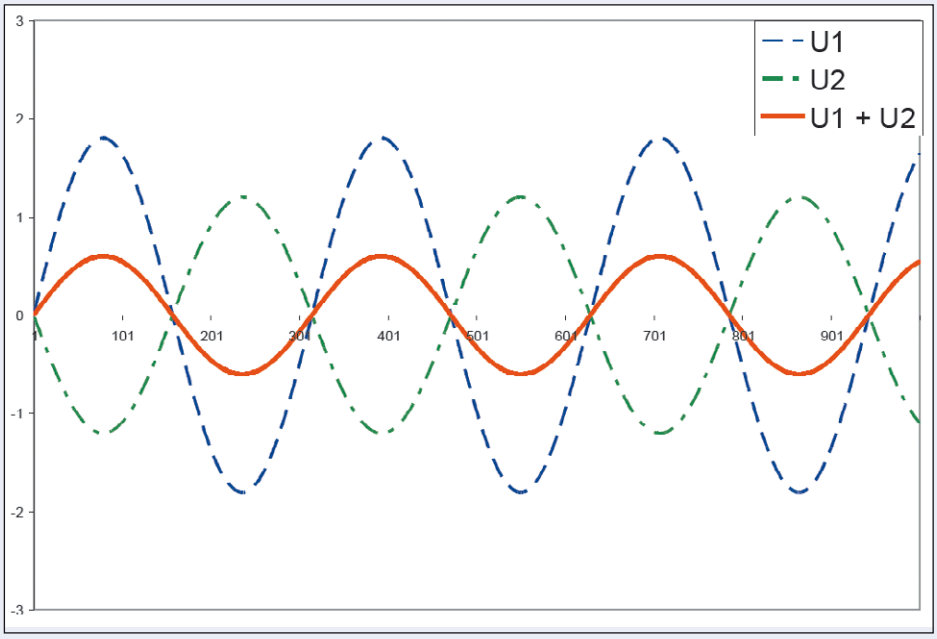

Bild 4: Addition zweier korrelierter Spannungen, Phasenwinkel 180°

$$P = 10 \cdot \lg\left(\frac{5\ \mathrm{W/m^2}}{1\ \mathrm{W/m^2}}\right) \mathrm{dB(W/m^2)}$$
$$= 7\ \mathrm{dB(W/m^2)}$$

Eine Spannung von 7 µV kann man auch als Pegel in dB(µV) ausdrücken:

$$U = 20 \cdot \lg\left(\frac{7\ \mu\mathrm{V}}{1\ \mu\mathrm{V}}\right) \mathrm{dB}(\mu\mathrm{V})$$
$$= 16{,}9\ \mathrm{dB}(\mu\mathrm{V})$$

Die Umrechnung von Pegel in lineare Werte geschieht nach den Formeln:

$$P = 10^{\frac{a/\mathrm{dB}}{10}} \cdot P_{ref}$$

bzw.

$$U = 10^{\frac{u/\mathrm{dB}}{20}} \cdot U_{ref}$$

Beispiele: Eine Leistungspegel von -3 dB (W) ergibt als Leistung:

$$P = 10^{\frac{-3}{10}} \cdot 1\ \mathrm{W} = 0{,}5 \cdot 1\ \mathrm{W} = 500\ \mathrm{mW}$$

Ein Spannungspegel von 120 dB (µV) gibt eine Spannung von:

$$U = 10^{\frac{120}{20}} \cdot 1\ \mu\mathrm{V} = 1000000 \cdot 1\ \mu\mathrm{V} = 1\ \mathrm{V}$$

Addition von Leistungen und Spannungen

Dieser Abschnitt zeigt Ihnen, wie man Leistungen und Spannungen addiert, die im logarithmischen Maß dB vorliegen. 30 dBm + 30 dBm = 60 dBm? Natürlich nicht! Rechnet man die Leistungen in lineare Wert um, wird schnell klar, dass 1 W + 1 W = 2 W sind. Das sind dann 33 dBm und nicht 60 dBm. Merke: Leistungen, die im logarithmischen Maß angegeben sind, muss man vor der Addition immer delogarithmieren und dann die linearen Werte addieren. Wenn es praktischer ist, mit dB weiterzuarbeiten, muss man eben den Summenwert wieder in dBm umrechnen.

Beispiel:

Die Signale P_1, P_2 und P_3 mit 0 dBm, 3 dBm und -6 dBm sollen addiert werden. Wie groß ist die Gesamtleistung?

$$P_1 = 10^{\frac{0}{10}} = 1\,\text{mW}$$

$$P_2 = 10^{\frac{3}{10}} = 2\,\text{mW}$$

$$P_3 = 10^{\frac{-6}{10}} = 0{,}25\,\text{mW}$$

Diese Leistung kann man jetzt wieder in dBm umrechnen:

$$P = 10 \cdot \lg\left(\frac{3{,}25\,\text{mW}}{1\,\text{mW}}\right)\text{dBm}$$

$$= 5{,}12\ \text{dBm}$$

Die Gesamtleistung ist somit 5,12 dBm.

Auch dB-Werte spannungsproportionaler Größen lassen sich nur addieren, wenn man sie vorher delogarithmiert. Zusätzlich muss man noch wissen, ob die Spannungen unkorreliert oder korreliert sind. Unkorrelierte Spannungen (Bild 1) addiert man quadratisch, d.h. eigentlich addiert man die zugehörigen Leistungen. Der Widerstand, an dem diese Spannungen anliegen, ist natürlich für alle Signale gleich, er kürzt sich daher aus der Formel heraus:

$$U = \sqrt{U_1^{\,2} + U_2^{\,2} + \ldots + U_n^{\,2}}$$

Sind die einzelnen Spannungen als Pegelwerte z.B. in dB(V) angegeben, muss man sie zuerst in lineare Werte umrechnen.

Beispiel: Drei unkorrelierte Spannungen U_1 = 0 dB(V), U_2 = -6 dB(V) und U_3 = 3 dB(V) addieren sich wie folgt zur Gesamtspannung U:

$$U_1 = 10^{\frac{U_1/\text{dB(V)}}{20}} \cdot U_{ref} = 10^{\frac{0}{20}} \cdot 1\,\text{V} = 1\,\text{V}$$

$$U_2 = 10^{\frac{U_2/\text{dB(V)}}{20}} \cdot U_{ref} = 10^{\frac{-6}{20}} \cdot 1\,\text{V} = 0{,}5\,\text{V}$$

$$U_3 = 10^{\frac{U_3/\text{dB(V)}}{20}} \cdot U_{ref} = 10^{\frac{3}{20}} \cdot 1\,\text{V} = 1{,}41\,\text{V}$$

$$U = \sqrt{U_1^{\,2} + U_1^{\,2} + U_1^{\,2}}$$

$$= \sqrt{1^2 + 0{,}5^2 + 1{,}41^2}\ \text{V} = 1{,}75\,\text{V}$$

Die Umrechnung von U in dB(V) ergibt:

$$U = 20 \log \frac{1{,}75\,\text{V}}{1\,\text{V}}\,\text{dB(V)} = 4{,}86\,\text{dB(V)}$$

Sind die Spannungen korreliert, wird die Berechnung wesentlich komplizierter. Bei korrelierten Spannungen muss man auch noch die Phasenbeziehung der Spannungen kennen.Wie die Bilder 2, 3 und 4 zeigen, bestimmt die Phasenlage der Spannungen, welche Gesamtspannung erreicht wird. Die

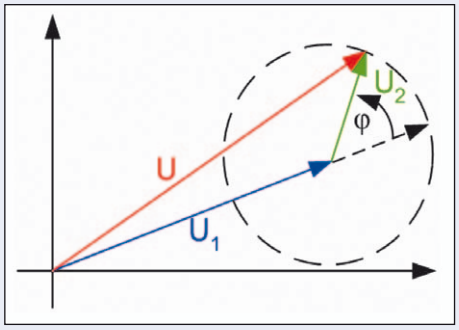

Bild 5: Vektorielle Addition zweier Spannungen

Gesamtspannung U reicht von $U_{max} = U_1 + U_2$ für Phasenlage 0° (gleichphasig) bis $U_{min} = U_1 - U_2$ bei Phase 180° (gegenphasig). Bei Phasenlagen dazwischen ist die Vektorsumme der Spannungen zu bilden (hier nicht mathematisch erläutert, sondern nur grafisch angedeutet, s. Bild 5).

In der Praxis muss man normalerweise nur die Extremwerte der Spannungen kennen, also U_{max} und U_{min}. Sind die Spannungen U_1 und U_2 als Pegelwerte in dB(V) oder dB(µV) gegeben, erfolgt erst die Umrechnung in lineare Werte analog zu der Berechnung bei unkorrelierten Spannungen, die Addition erfolgt jedoch nicht quadratisch, sondern linear (s. die nachfolgende Betrachtung zu Spitzenspannungen).

Wichtig: Spitzenspannung

Gibt man ein Gemisch aus verschiedenen Spannungen auf den Eingang von Verstärkern oder Empfängern/Spektrumanalysatoren, muss man die Spitzenspannung kennen. Überschreitet die Spitzenspannung einen gewissen Wert, kommt es zu Begrenzungseffekten, die sich in unerwünschten Mischsignalen oder schlechter Nachbarkanalleistung äußern. Die Spitzenspannung U ergibt sich zu:

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$$

Die maximale Aussteuerung von Verstärkern und Analysatoren wird meist in dBm angegeben, die Umrechnung aus der Spitzenspannung erfolgt in einem 50-Ohm-System so:

$$P = 10 \cdot \lg\left(\frac{U^2}{50\Omega} \cdot 10^3\right)\text{dBm}$$

Der Faktor 10^3 kommt von der Umrechnung von Watt in Milliwatt. Man beachte, dass diese Leistung einer momentanen Spitzenleistung und nicht dem Effektivwert einer Leistung entspricht.

Fortsetzung im nächsten Heft

Wenn Menschen durch große Katastrophen in Not geraten, helfen wir. Gemeinsam, schnell und koordiniert. Aktion Deutschland Hilft - Bündnis deutscher Hilfsorganisationen.

Spendenkonto (IBAN): DE62 3702 0500 0000 1020 30
Jetzt Förderer werden unter: **www.Aktion-Deutschland-Hilft.de**

Aktion Deutschland Hilft
Bündnis deutscher Hilfsorganisationen