

Transparente Berechnung einer Leitung mit Reflexionen

Dieser Artikel führt in die Leitungstheorie ein und beschreibt eine äußerst zuverlässige und transparente Methode der Leitungsberechnung, die universell anwendbar ist.

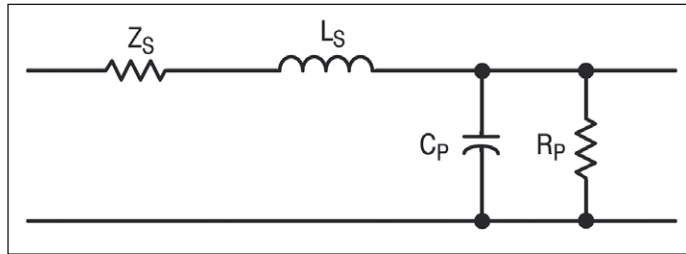


Bild 1: Ersatzschaltung einer HF-Leitung an einer Quelle mit dem Innenwiderstand Z_s

Mikroprozessoren und digitale Logikbausteine arbeiten heute mit hohen Frequenzen, sodass die Übertragung der Signale über HF-Leitungen erfolgt. Dabei gelten die selben Gesetze wie bei der Übertragung analoger Signale. Würde man bei den heutigen schnellen digitalen Signalen nicht HF-Leitungen einsetzen, so käme es zu Verzerrungen, und die kurzen Anstiegs- und Abfallzeiten könnten nicht aufrechterhalten werden. Diese Entwicklung macht es notwendig, nicht nur HF-Techniker, sondern auch Entwickler schneller digitaler Baugruppen näher mit der Leitungstheorie vertraut zu machen.

HF-Leitungen

Eine HF-Leitung unterscheidet sich von einer anderen Leitung durch ihren homogenen Aufbau (an jeder Stelle hat ein Querschnitt das gleiche Bild) und ihre relative Verlustarmut, gesichert durch robuste Leiterquerschnitte und verlustarmes Die-

lektrikum. Auf den ersten Blick erscheint dies eher trivial, aber beim näheren Hinschauen kann man eine ganze Menge interessanter und vielleicht unvermuteter physikalischer Nuancen entdecken, die eine HF-Leitung zum bevorzugten Objekt einer näheren Beschreibung werden lassen. Dazu gehört z.B. die Tatsache, dass solche Leitungen Energiespeicher sind. Gibt man also Leistung in eine offene oder kurzgeschlossene Leitung und schaltet dann die Quelle ab, so verbleibt theoretisch die elektrische Energie in der Leitung. Da diese auch Verluste aufweist (etwa durch den Skin Effect), wird die elektrische Energie schnell in Wärme umgewandelt. In den folgenden Betrachtungen soll die Leitung als verlustfrei angenommen werden. Dies ist auch in vielen praktischen Fällen möglich.

Bild 1 zeigt die Ersatzschaltung einer homogenen Leitung. Aus der Induktivität und der Kapazität innerhalb eines beliebigen

Abschnitts der Leitung errechnet sich Z_0 , die sogenannte charakteristische Impedanz oder besser der Wellenwiderstand. Da Induktivität und Kapazität gleichermaßen mit der Leitungslänge wachsen und $Z_0 = \sqrt{L_s/C_p}$ gilt, ist Z_0 unabhängig von der Leitungslänge. Z_0 ist als rein ohmscher Widerstand anzusehen, der aber keine Wärme produziert. Z_0 ist von grundlegender Bedeutung für die Berechnung der Spannungen und Ströme auf einer Leitung. Weiterhin wird die Leerlaufspannung der Quelle, deren Innenwiderstand, die elektrische Leitungslänge und der Lastwiderstand benötigt. Von der Dämpfung soll ja hier abgesehen werden.

Reflexionen und Reflexionskoeffizient

Eine Reflexion entsteht am Ende einer Leitung immer dann, wenn die Lastimpedanz nicht mit Z_0 übereinstimmt. Wenn die Lastimpedanz mit Z_0 übereinstimmt,

wird alle ankommende Leistung von der Last aufgenommen. Es gibt keine Reflexion an der Last. Wenn der Quellwiderstand mit Z_0 übereinstimmt, wird eventuelle reflektierte Leistung von der Quelle komplett wieder aufgenommen. Es gibt keine Reflexion an der Quelle. Wenn der Quellwiderstand nicht mit Z_0 übereinstimmt, wird an der Quelle Leistung reflektiert. In diesem Fall kommt es theoretisch zu einem unendlich lange andauernden Hin und Her auf der Leitung.

Diese Prinzipien bzw. Grundsätze für Reflexion sind der Kern der folgenden Darlegungen. Mit Blick auf digitale Signale sei eine Impulsübertragung zugrundegelegt. Der Impuls kann gemäß Bild 2 durch Einschalten einer Gleichspannungsquelle erzeugt werden. Dabei beschreibt der Reflexionskoeffizient das Verhältnis von abgegebener zu reflektierter Leistung und informiert über die Phasenbeziehung zwischen Spannung und zugehörigem Strom.

Der in die Last gelieferte Strom ist $I_L = I_{hin} - I_{rück}$, die an der Last liegende Spannung ist $V_L = V_{hin} + V_{rück}$ (hin für hinlaufende Größe, rück für an der Last reflektierte Größe). Die Verhältnisse von hinlaufender und rücklaufender Größe sind gleich, da Strom und Spannung über den Wellenwiderstand verknüpft sind. Auf dem Wege zu einer Information über das Verhältnis dieser Größen, also zum Reflexionskoeffizienten, kann man die Ansätze zu $I_L = (V_{hin} - V_{rück})/Z_0$ zusammenführen. Es gilt weiter:

$$(V_{hin} + V_{rück})/Z_L = (V_{hin} - V_{rück})/Z_0$$

Die Auflösung nach $V_{hin}/V_{rück}$:

$$Z_0 (V_{hin} + V_{rück}) = Z_L (V_{hin} - V_{rück})$$

$$V_{rück} (Z_0 + Z_L) = V_{hin} (Z_L - Z_0)$$

$$V_{hin}/V_{rück} = (Z_L - Z_0)/(Z_L + Z_0)$$

Das ist der Reflexionskoeffizient an der Lastseite (Load Reflection Coefficient). Sinngemäß lässt sich für die Quelle ein Reflexi-

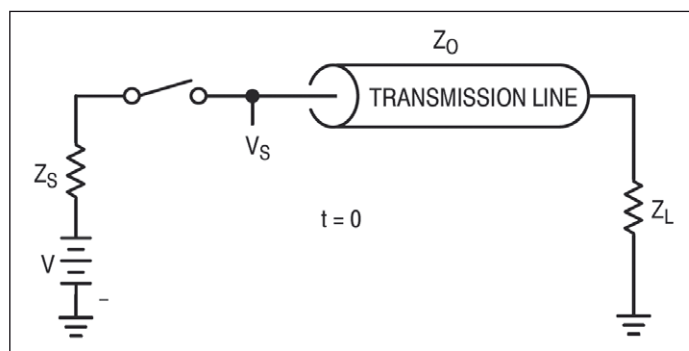


Bild 2: Koaxiale Leitung mit Quelle und Last

Quelle:
Reflecting On Transmission
Line Effects
Motorola Application Note
AN1061
frei übersetzt von FS

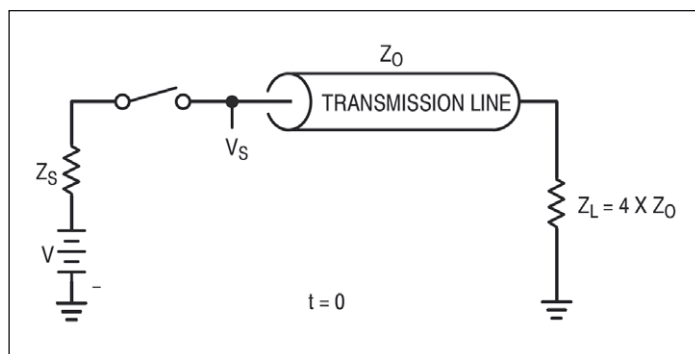


Bild 3: HF-Leitung mit $Z_L = 4 \times Z_0$ und $Z_S = Z_0$

onskoeffizient definieren (Source Reflection Coefficient). An die Stelle von Z_L tritt dabei Z_S :

$$V_{\text{rück}}/V_{\text{hin}} = (Z_S - Z_0)/(Z_S + Z_0)$$

Jeweils gibt es drei Fälle, die einer näheren Inspektion bedürfen. Zunächst die Situation, wo der Lastwiderstand gleich Z_0 ist, dann ist dort der Reflexionskoeffizient 0. Alle ankommende Leistung geht in die Last. Dann der Fall, wo der Außenwiderstand größer (kleiner) als Z_0 ist. Dann ist der Reflexionskoeffizient positiv (negativ), und wenn das an der Lastseite der Fall ist, wird dort reflektiert. Ist es zudem auch noch an der Quelle der Fall, wird auch dort reflektiert.

Was unterscheidet nun die letzten beiden Fälle? Angenommen sei $Z_L = 4 \times Z_0$ und $Z_S = Z_0$, wie in Bild 3 skizziert. Der Reflexionsfaktor an der Quelle ist also 0. Der Reflexionsfaktor an der Last berechnet sich, auch ohne dass man die absoluten Größen kennt, zu

$$V_{\text{hin}}/V_{\text{rück}} = (Z_L - Z_0)/(Z_L + Z_0)$$

$$V_{\text{hin}}/V_{\text{rück}} = (4 - 1)/(4 + 1) = 0,6$$

Im Einschaltmoment $t = 0$ erfolgt an der Quelle eine 1:1-Spannungsteilung, das Kabel ist mit seinem Wellenwiderstand leistungsangepasst und nimmt die dem Generator maximal entnehmbare Leistung auf. V_S ist $0,5 \times V$. Die Welle durchquert die Leitung und erreicht Z_L entsprechend der Ausbreitungsgeschwindigkeit (Propagation Delay) auf der Leitung später. Wegen der Fehlanpassung kann sie nicht vollständig austreten, sodass ein Anteil der Größe $V_S \times 0,6$ reflektiert wird. Die Spannung an der Last beträgt nun $V_S + V_S \times 0,6$. Der reflektierte Anteil erreicht die Quelle nach Rücklauf auf der Leitung. Auch hier tritt nun die Spannung $V_S + V_S \times 0,6$ auf. Dies ist in Bild 4 skizziert. Da Quelle und Leitung leistungsangepasst sind, erfolgt hier jedoch keine Reflexion, und die reflektierte Leistung wird von der Quelle wieder aufgenommen. Die Leitung hat ihren eingeschwungenen Zustand erreicht.

Nun aber zum Szenario $Z_L < Z_0$. Angenommen sei $Z_L = Z_0/4$ und $Z_S = Z_0$, siehe Bild 5. Der Refle-

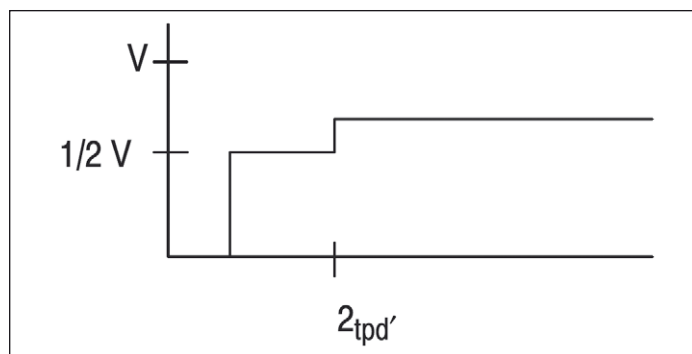


Bild 4: Spannung am Eingang der Leitung

xionskoeffizient errechnet sich nun wie folgt:

$$V_{\text{hin}}/V_{\text{rück}} = (Z_L - Z_0)/(Z_L + Z_0)$$

$$V_{\text{hin}}/V_{\text{rück}} = (1/4 - 1)/(1/4 + 1) = -0,6$$

Am Anfang ist der Ablauf wie gehabt. Mit Eintreffen der Welle an der Last entsteht nun aber dort die Spannung $V_S + -0,6 \times V_S$. Die Gesamtspannung ist also kleiner als V_S . Der reflektierte Anteil ist in der Polarität umgekehrt. (Im HF-Bereich spricht man von einem Phasensprung.) Später erreicht die reflektierte Spannung die Quelle und wird von dieser aufgenommen. Die dort zu messende Spannung verkleinert sich (Bild 6).

An dieser Stelle sei noch einmal die Formel $V_L = V_{\text{hin}} + V_{\text{rück}}$ bemüht. Man kann sehen, dass diese ihre Gültigkeit behält, auch wenn die Spannung an der Last zurückgegangen ist. Ein positiver Reflexionsfaktor bedeutet also eine gegenüber V_{hin} größere Spannung an der Last, ein negativer eine kleinere.

Das Lattice Diagramm

Mithilfe dieses Diagramms lässt sich die Spannung an Quelle und Last einer beliebig beschalteten Leitung errechnen. Der Begriff Lattice ist der Form des Diagramms entlehnt, das wie ein Gitter wirkt. Zwei vertikale Linien kennzeichnen die beiden Seiten der Leitung (Quelle und Last). Die Linien dazwischen symbolisieren die Wellenanteile auf der Leitung. Sie sind gewissermaßen tpd lang. Eingetragen werden üblicherweise Spannungswerte. Bild 7 will die Anwendung verdeutlichen. Man beginnt mit der hinlaufenden Welle (hier V_L genannt). Ihr Wert wird mithilfe der Spannungsteilerregel errechnet. Den Spannungsteiler bilden Z_S und Z_0 . Die Höhe und Polarität eventueller reflektierter Anteile bestimmt dann der zuständige Reflexionskoeffizient. Sie nehmen ständig ab und überlagern sich einander. Kommt es zur Hin- und Herreflexion, kann man theoretisch unendlich lange rechnen, wird aber dann abbrechen, wenn die

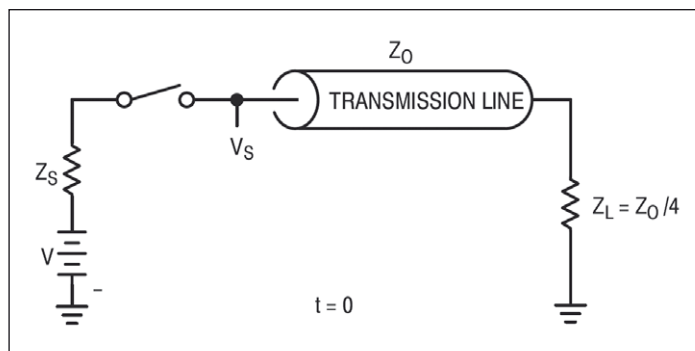


Bild 5: HF-Leitung mit $Z_L = Z_0/4$ und $Z_S = Z_0$

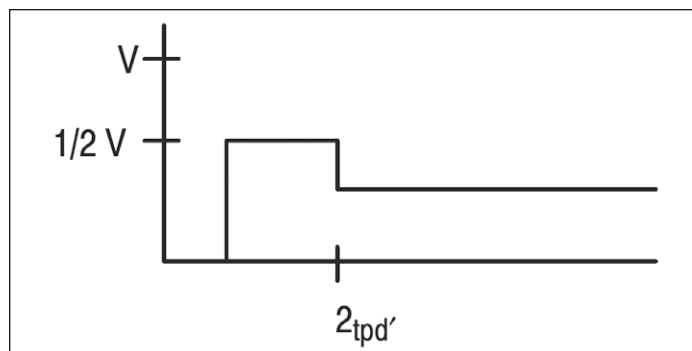


Bild 6: Spannung am Eingang der Leitung

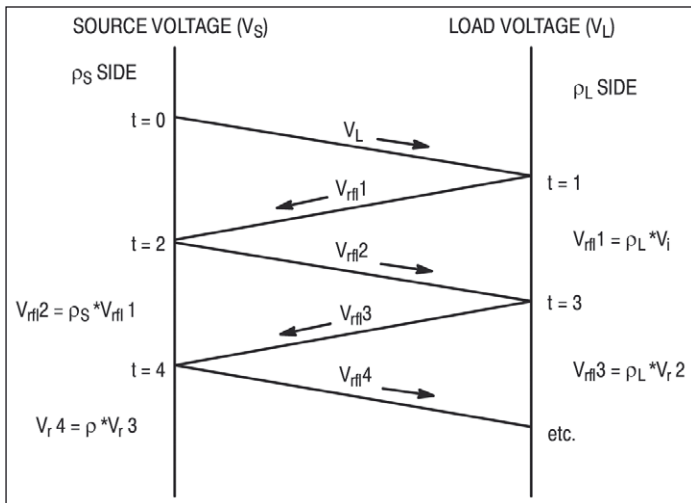


Bild 7: Prinzip des Lattice Diagrams

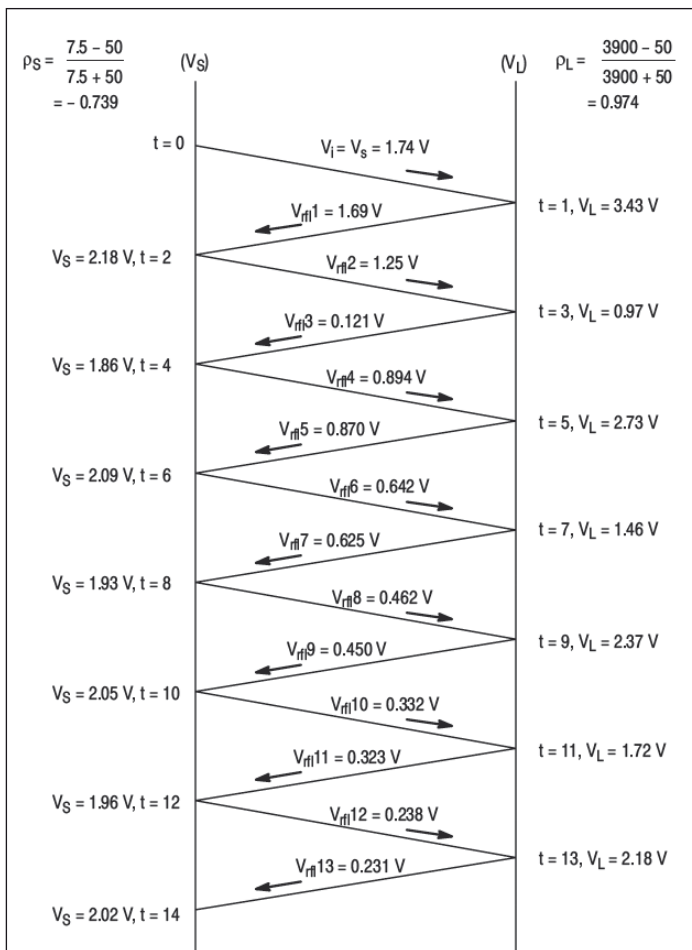


Bild 8: Lattice Diagram für die Daten lt. Text

reflektierten Anteile vernachlässigbar klein sind.

Nun soll eine Schaltung mit Z_S = 7,5 Ohm, Leerlaufspannung 2 V DC, Z₀ = 50 Ohm und Z_L = 3,9 kOhm berechnet werden. Die Impedanzen von Quelle und Last

seien rein ohmsch. Die Reflexionskoeffizienten sind in Bild 8 oben eingetragen.

Aus der Quelle fließt nach Einschalten der Strom 2 V / (7,5 Ohm + 50 Ohm) = 34,8 mA. Dieser erzeugt am Kabel die Eingangs-

Die drei möglichen Betriebsfälle

- keine Reflexion

Es gibt nur einen Leistungsfluss auf der Leitung von der Quelle zur Last, also nur hinlaufende Leistung. Nach Einschalten des Generators fließt diese Leistung in die Leitung, durchläuft diese und wird schließlich vom Lastwiderstand aufgenommen.

- eine Reflexion

Diese erfolgt immer am Kabelende. Nach Einschalten des Generators fließt Leistung in das Kabel, um an dessen Ende vollständig (man spricht von Totalreflexion) oder teilweise umzukehren. Den Teil, der umkehrt, nennt man rücklaufende Leistung. Diese tritt hier an der Generatorseite des Kabels vollständig aus.

- unendlich viele Reflexionen

Nach Einschalten des Generators fließt Leistung in die Leitung, durchläuft diese und wird am Ende ganz oder teilweise reflektiert. Ebenso ergeht es nun aber auch der rücklaufenden Leistung an der Generatorseite. Sie kann nicht vollständig im Generator verschwinden. Zur bereits vorhandenen hinlaufenden Welle, die gleich der Eingangsleistung ist, kommt jetzt also eine zweite hinlaufende Welle. Die Spannungen bzw. Ströme überlagern sich, sodass die beiden Anteile messtechnisch nicht mehr zu trennen sind. Die neue, gesamte hinlaufende Leistung entspricht nicht mehr der Eingangsleistung. Der neu hinzugekommene Anteil wird natürlich am Kabelende ebenfalls ganz oder teilweise reflektiert. Damit kommt zur bestehenden rücklaufenden Welle ein neuer Anteil hinzu, der nun auch wieder an der Generatorseite reflektiert wird. Die gesamte hinlaufende Leistung nimmt wiederum einen neuen Wert an und setzt sich nun aus drei Anteilen zusammen. Dieses Hin und Her setzt sich theoretisch unendlich lange fort. Da jedoch praktisch die Werte der neu reflektierten Anteile deutlich kleiner sind als die Werte der bestehenden Anteile (sie entstammen diesen ja), stellt sich schon nach wenigen Reflexionen ein als stabil anzusehender Zustand auf der Leitung ein.

spannung (Input Voltage) V_i = V_S = 34,8 mA x 50 Ohm = 1,74 V. Dies ist die obere Linie. Diese 1,74 V werden mit dem Last-Reflexionskoeffizienten multipliziert, um die Spannung der reflektierten Welle zu erhalten: 1,74 V x 0,974 = 1,69 V. Aufgrund des recht hohen Lastwiderstands erfolgt fast eine Totalreflexion.

Die an der Quelle reflektierte Welle hat die Spannung 1,69 V x -0,739 = -1,25 V. Eingetragen ist also der Betrag. Von diesen -1,25 V werden nun -1,25 V x 0,974 = -1,22 V rückreflektiert. Von diesen -1,22 V werden an der Quelle -1,22 V x -0,739 = 0,9 V reflektiert usw. (Die Angaben im Diagramm sind leider nicht immer genau nachvollziehbar. Bei der praktischen Anwendung

des Diagramms lässt man am besten die errechneten Werte im Taschenrechner immer stehen, gibt also nur die Eingangsspannung von hier 1,74 V ein und multipliziert dann abwechselnd mit den Reflexionskoeffizienten, wobei man jedes neue Ergebnis ins Diagramm einträgt.)

Links und rechts im Diagramm sind die sich bei Eintreffen einer neuen Welle bildenden Gesamtspannungen eingetragen. Diese Werte sind in der Praxis nicht relevant bis auf die Werte am Ende, also nach sinnvollem Abbruch der Berechnung infolge zu kleiner Werte. Die Berechnung der Gesamtspannung an jeder Seite der Leitung geschieht durch vorzeichenrichtige Addition aller Einzelwerte einschließlich V_i bzw. V_S. ◀