Was ist Rauschen?

Rauschen ist in verschiedenster Form allgegenwärtig, auch in der Elektronik und HF-Technik. Hier wird Rauschen praxisnah und verständlich erklärt.

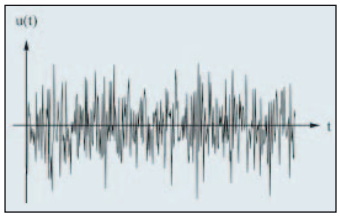

Bild 1: Zeitverlauf eines Zufallsprozesses

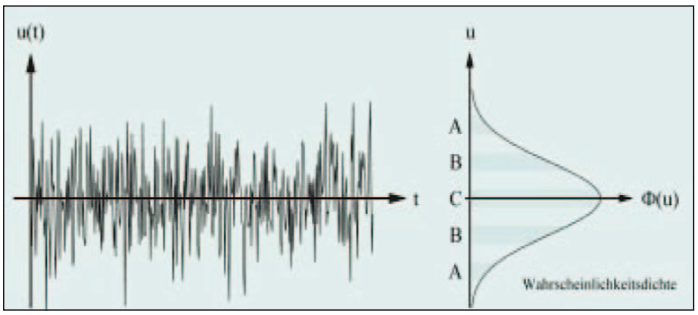

Bild 2: Amplitudenverteilung von Gaußschem Rauschen

Nimmt man das Geräusch eines Wasserfalls mit einem Mikrofon auf und bildet die Spannung mit einem Oszilloskop ab, so erhält man etwa einen Verlauf gemäß Bild 1. Zu einer beliebigen Zeit ist der Wert der Spannung nicht vorhersagbar. Insofern ist ein völlig stochastischer Vorgang gegeben. Jedoch sind gewisse Eigenschaften sehr wohl feststellbar. Dazu gehören die statistische Verteilung auftretender Frequenzen (Frequenzcharakteristik) sowie der auftretenden Spannungswerte (Amplitudencharakteristik), schließlich eventuelle innere Regelmäßigkeiten des Signals, wie eine Modulation der Amplitude. Solche statistischen Kenngrößen geben ein aussagekräftiges Bild des Rauschvorgangs.

Rauschen in der Elektronik

Rauschen in der Elektronik vereitelt z.B. das Vorhaben, durch immer höhere Verstärkung beliebig kleine Signale messbar, hörbar oder sichtbar zu machen. Ein Restrauschen überlagerte etwa die Funkübertragung der Bilder von den Voyager-Sonden zur Erde.

Auch die Digitaltechnik kann dessen Störmöglichkeiten nicht neutralisieren, sondern nur aus Teilbereichen, wie der Erzeugung, Duplizierung und Speicherung von Informationen, weitgehend verdrängen. Wo jedoch Signale erfasst, verstärkt, gemessen und übertragen werden, ist stets dem Rauschen mehr oder weniger Beachtung zu schenken.

Es ist Aufgabe des Schaltungsentwicklers, mit angemessenem Aufwand für einen bestmöglichen Signal-Rausch-Abstand zu sorgen.

Thermisches Rauschen

Dieses wird auch Johnson- oder Nyquist-Rauschen genannt und tritt infolge der Brownschen Bewegung der Ladungsträger in allen Wirkwiderständen bereits im stromlosen Zustand auf. An den Enden eines Widerstandes R ist eine Rauschspannung gemäß Formel [1] messbar. Schließt man die Enden des Widerstands kurz, so fließt ein Rauschstrom gemäß Formel [2]. Klemmt man an einen Widerstand einen als rauschfrei angenommenen gleich großen Widerstand an (realisierbar durch Kühlung auf 0 K), dann fließt eine Rauschleistung gemäß Formel [3]. Die Größe k x T x B ist die maximal verfügbare Rauschleistung; es ist üblich, für T 290 K anzusetzen und die Rauschleistung auf B = 1 Hz Bandbreite zu beziehen, sodass man eine Rauschleistungsdichte festlegen kann, die sich aus [4] mit $4 \cdot x\ 10^{-21}$ W/Hz ergibt.

Schrotrauschen

Dieses tritt in Halbleitern auf, wenn Strom fließt. Ursache ist die nicht unendlich kleine Einheit der Elementarladung e. Schrotrauschen entsteht, wenn Ladungsträger eine Potentialschwelle überwinden und das mit ihrer kinetischen Energie bewerkstelligen müssen. Diese ist statistisch verteilt. Für einen Gleichstrom I errechnet sich der Rauschstrom nach Formel [5].

Typische Beispiele für das Auftreten von Schrotrauschen sind:

- Sperrströme bei Dioden und Transistoren
- Bias- und Gate-Leckströme
- Photostrom und Dunkelstrom bei Photodioden

Der Strom durch einen in Durchlassrichtung gepolten pn-Übergang ist für die meisten praktischen Belange hingegen als frei von Schrotrauschen anzusehen.

Das Schrotrauschen selbst ist gemäß [5] temperaturunabhängig. Oft ist jedoch der verursachende Strom I stark temperaturabhängig, weshalb durch Kühlung der betreffenden Bau-

Bild 3: Rauschdichte für weißes Rauschen

Quelle: Was ist Rauschen? Fachartikel der Firma Hameg Instruments, gekürzt und leicht bearbeitet

$$U_r = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B} \quad (1)$$

Dabei ist k = Boltzmann-Konstante = $1{,}38 \cdot 10^{23}$ VAs/K
T = absolute Temperatur
B = Messbandbreite in Hz

$$I_r = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot (1/R) \cdot B} \quad (2)$$

$$P_r = \frac{1}{4} \cdot U_r \cdot I_r = k \cdot T \cdot B \quad (3)$$

$$k \cdot T = 1{,}38 \cdot 10^{23} \frac{V \cdot A \cdot s}{K} \cdot 290\,K = 4 \cdot 10^{-21} \frac{W}{Hz} \quad (4)$$

$$I_r - \sqrt{2 \cdot e \cdot I \cdot B} \quad (5)$$

Dabei ist e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As
B = Messbandbreite in Hz

$$U_{eff} \approx 0{,}2 \cdot U_{SS} \quad \text{(für Analog-Oszilloskop)} \quad (6)$$

$$U_{eff} \approx 0{,}167 \cdot U_{SS} \quad \text{(für DSO)} \quad (7)$$

$$U_{rausch,gesamt} = \sqrt{(U_{rausch,1})^2 + (U_{rausch,2})^2 + \ldots + (U_{rausch,k})^2} \quad (8)$$

$$B_{rausch} = \frac{\pi}{2} \cdot B_{signal} \quad (9)$$

$$B_{rausch} = \frac{1}{1 + \frac{f_u}{f_o}} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot f_o \quad (10)$$

$$n = \frac{P_{rausch}}{k \cdot T_o \cdot B} = F \quad (11)$$

$$F' = 10 \cdot \log(F) \quad (12)$$

$$T_{rausch} = (F - 1) \cdot T_o \quad (13)$$

Formeln 1 - 13

elemente eine deutliche Rauschverringerung erreichbar ist.

Andere Rauscharten

Bei stromdurchflossenen Kohleschichtwiderständen (bei Metallschicht-Widerständen wesentlich weniger) tritt ein zusätzliches Rauschen auf, das mit der Stromstärke zunimmt und darum **Stromrauschen** genannt wird. Ursache ist die Zusammensetzung der Widerstandsschichten aus kleinen Partikelchen, zwischen denen beim Stromfluss winzige Potentialunterschiede überwunden werden müssen. Es besteht also eine gewisse Verwandtschaft zum Schrotrauschen. Das Stromrauschen hängt jedoch stark von der Technologie und Qualität der Widerstandsschicht ab und ist bei Drahtwiderständen überhaupt nicht vorhanden.

Das **Funkelrauschen** ist bevorzugt in tieferen Frequenzbereichen (Hz bis kHz) anzutreffen und hat ebenfalls viel mit der Qualität der betreffenden Bauelemente zu tun. Bei Halbleitern gibt es verschiedene Ursachen für dieses Phänomen. Vorausberechnen lässt sich das Funkelrauschen nicht. Es müssen die Datenblattangaben der Hersteller zu Rate gezogen werden.

Es gibt weitere Rauschursachen (Popcorn-Rauschen bei Operationsverstärkern, f^2-Rauschen bei hohen Frequenzen, Barkhausen-Rauschen bei Spulen und Transformatoren u. a.), jedoch spielen diese in der täglichen Praxis eine geringe Rolle. Auch wäre noch das Lawinenrauschen zu nennen, das bei Z-Dioden oder Avalanche-Photodioden auftritt.

Amplituden-charakteristik

Wie sich aus theoretischen Betrachtungen und Messungen ergibt, haben die meisten Rauscharten eine Gaußsche Amplitudenverteilung (Bild 2). Für die Momentanwerte des Rauschens bestehen Wahrscheinlichkeiten, die für kleine Amplituden höher sind als für große. Integriert man U über eine längere Zeit, so ist das Integral gleich Null, dem Mittelwert oder Erwartungswert dieser Gaußverteilung. Die Standardabweichung δ hingegen entspricht dem mittleren Effektivwert der Rauschspannung. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Augenblickswert zu einem beliebigen Zeitpunkt im Intervall ±δ aufhält, ist 68,3%. Für das Intervall ±2 x δ sind es bereits 95,5%.

Messen der Rauschintensität

Rauschintensitäten werden gewöhnlich als Effektivwerte angegeben, so auch in den Gleichungen [1] bis [5]. Es sollte also ein echter Effektivwertmesser verwendet werden. Der Quotient aus Effektivwert und Gleichrichtwert ist für Sinus-

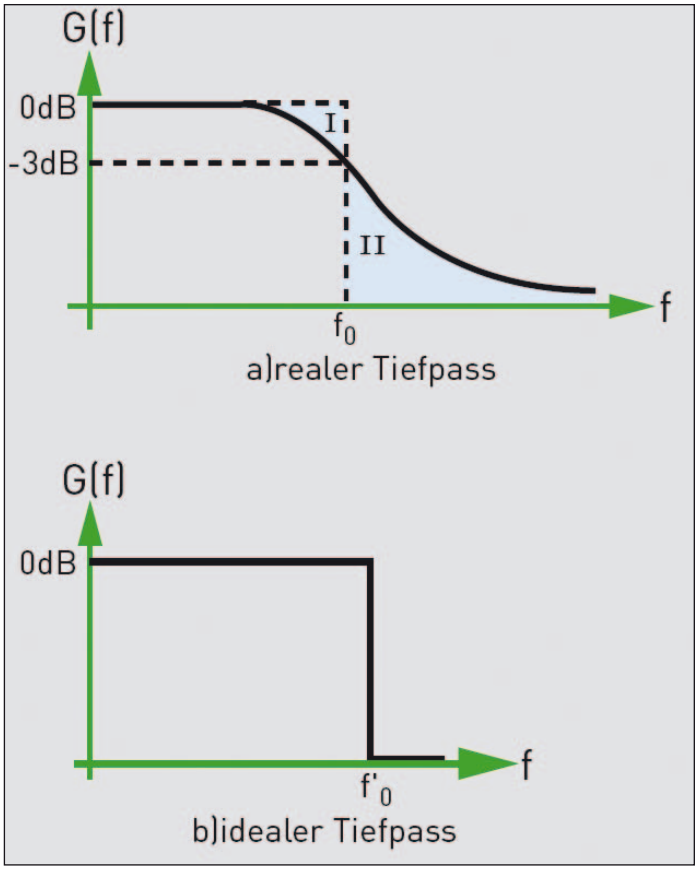

Bild 4: Rausch- und Signalbandbreite eines realen und eines idealen Tiefpasses

spannungen 1,11 und für gaußverteiltes Rauschen 1,25. Will man also Rauschspannungen mit einem für Sinussignale kalibrierten einfachen Voltmeter richtig messen, so muss man die Anzeigewerte mit 1,128 multiplizieren.

Eine Rauschmessung kann auch mit einem analogen Oszilloskop erfolgen. Bei geringer Helligkeit schaltet man die Triggerung aus, sodass ein senkrechter Strich erscheint. Mit Formel [6] errechnet sich daraus recht genau der Effektivwert. Bei digitalen Speicher-Oszilloskopen hat sich die Beziehung [7] bewährt. Grund für diese Abweichung ist, dass bei einem DSO auch die seltener erreichten Amplitudenwerte wegen der Speicherung beliebig lange dargestellt werden.

Frequenzcharakteristik

Das zumeist relevante thermische Rauschen und das Schrotrauschen haben von Natur aus eine konstante Leistungsdichte über der Frequenz, d.h. in jedem gleich großen Intervall auf der Frequenzachse ist eine gleich große Rauschleistung enthalten.

Man spricht dann von weißem Rauschen (Bild 3). Betrachtet man statt der Rauschleistung die Rauschspannung oder den Rauschstrom, so folgt wegen $P \sim U^2$ bzw. $P \sim I^2$, dass in einem n-fach größeren Frequenzintervall die n-fache Rauschleistung, jedoch nur die $\sqrt{n}$-fache Rauschspannung bzw. der $\sqrt{n}$-fache Rauschstrom vorhanden ist. Die gestrichelte Fortsetzung der Geraden deutet an, dass bei extrem hohen Frequenzen (THz-Bereich) ein Abfall der Rauschdichte einsetzt, was durch die Quantentheorie erklärt wird.

Aus den bislang bemühten Gleichungen und dem oben Gesagten folgt auch die wichtige Regel, dass bei der Zusammenführung verschiedener und damit nicht korrelierter Rauschquellen sich die Rauschleistungen linear addieren, die Rauschspannungen bzw. -ströme jedoch nur geometrisch (pythagoräisch, gemäß Formel [8]).

Rauschbandbreite

Im Zusammenhang mit dem weißen Rauschen ist auch der Begriff der Rauschbandbreite von Bedeutung. In Bild 4 ist oben der Amplitudenfrequenzgang eines Tiefpasses dargestellt. Als Bandbreite wird meist die 3-dB-Grenzfrequenz definiert. Wird diesem Tiefpass weißes Rauschen zugeführt, so passieren ihn auch Frequenzanteile oberhalb f_0 im mit II gekennzeichneten Bereich. Dagegen werden Anteile unterhalb f_0 (Bereich I) mehr oder weniger unterdrückt. Bei einem idealen Tiefpass (unten) wären solche Betrachtungen überflüssig. Für den realen Tiefpass ist die Rauschbandbreite diejenige Bandbreite, die ein idealer Tiefpass hätte, um bei Zufuhr weißen Rauschens am Ausgang dieselbe Rauschleistung aufzuweisen wie der reale Tiefpass. Mit anderen Worten: Rausch- und -3-dB-Bandbreite sind nicht identisch. Für einen Tiefpass 1. Ordnung (einfaches RC-Glied) gilt beispielsweise Formel [9] mit $B_{signal} = B_{-3dB}$.

Für einen einfachen Bandpass, bestehend aus Tiefpass 1. Ordnung (mit Grenzfrequenz f_0) und Hochpass 1. Ordnung (mit der Grenzfrequenz f_u), gilt die Beziehung [10]. Für Filter höherer Ordnung mit entsprechend steileren Flanken nähern sich die Verhältnisse zunehmend dem Idealfall an.

Die hier geschilderten Zusammenhänge müssen in Berechnungen und Messungen berücksichtigt werden, ansonsten macht man Fehler von bis zu 57%.

Bei Rauschmessungen mit einem Rauschgenerator braucht man derlei jedoch nicht zu beachten, da es sich um Vergleichsmessungen handelt. Hierbei sind beide Seiten von den glei-

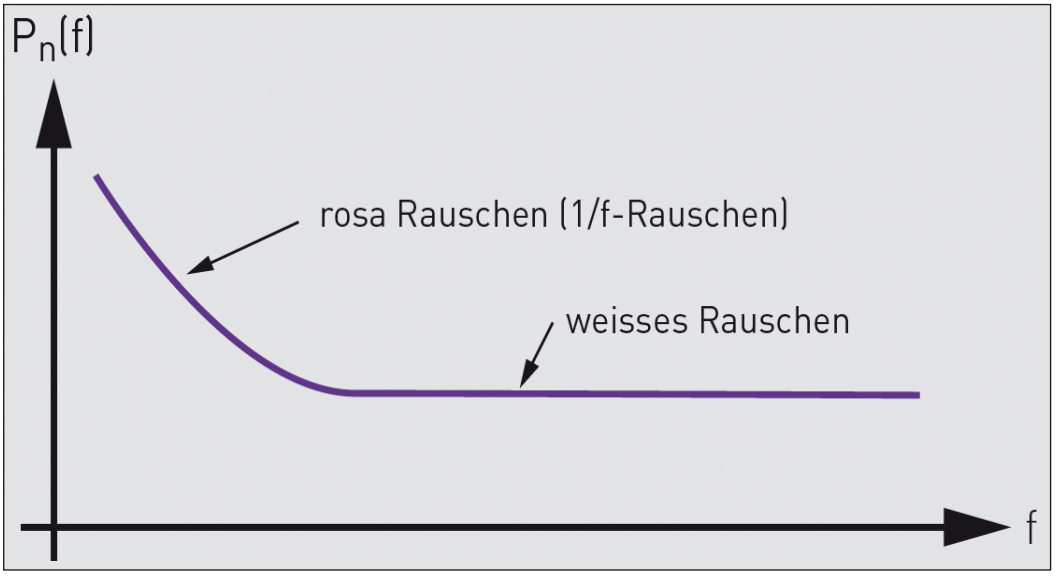

Bild 5: Rauschdichten für rosa Rauschen (beide Skalen logarithmisch)

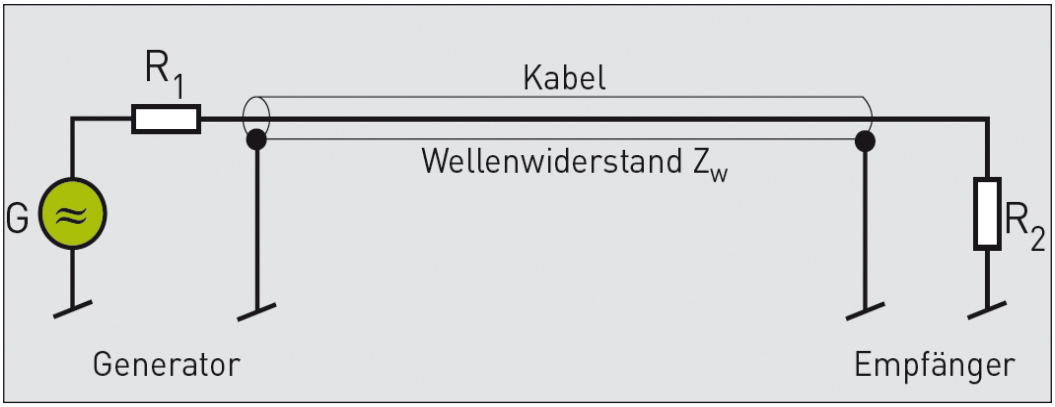

Bild 6: HF-Generator und HF-Empfänger, das Kabel sei verlustlos

chen Fehlereinflüssen betroffen, sodass sich diese gegenseitig aufheben.

Rosa Rauschen

Bild 5 skizziert das rosa Rauschen. Es ist für Zwecke der Akustik interessant, denn hier wird oftmals ein Rauschsignal gewünscht, das gleiche Leistung nicht pro absolutem Frequenzintervall enthält, sondern pro relativem Frequenzintervall (Oktave oder Terz). Technisch wird rosa Rauschen durch Filterung aus weißem Rauschen erzeugt.

Rauschmessungen in der HF-Technik

Man kann das Rauschen einer HF-Baugruppe, z.B. eines Verstärkers, wie folgt messen: An den Ausgang werden ein Bandpass entsprechend dem interessierenden Frequenzbereich sowie ein Effektivwertmesser nachgeschaltet. Das Ausgangsrauschen wird gemessen und mittels Division durch die Gesamtverstärkung in ein äquivalentes Eingangsrauschen umgerechnet. Das heißt, es wird angenommen, alle Rauschquellen der Baugruppe seien in konzentrierter Form in deren Eingang versammelt und die restlichen Stufen seien rauschfrei. Dieses Eingangsrauschen entspricht der Amplitude, die ein Eingangssignal haben müsste, um einen Signal/Rausch-Abstand von 0 dB zu erzeugen. Diesen Wert bezeichnet man auch als Grenzempfindlichkeit.

Man sieht sofort, dass für korrekte Messungen mehrere Parameter bekannt sein müssen: Die gesamte Rauschbandbreite, die Durchlassdämpfung des Bandpasses sowie die Verstärkung der Baugruppe. Um die möglichen sich addierenden Fehler zu vermeiden, haben sich einfachere Methoden eingebürgert.

Messung mit Rauschgenerator

Man speist in die Baugruppe ein Rauschen definierter Intensität aus einem kalibrierten Rauschgenerator ein. Dieser ist zunächst ausgeschaltet. Mit z.B. der oben genannten Messanordnung stellt man am Effektivwertmesser eine gewisse Anzeige fest, deren Absolutwert uninteressant ist. Jetzt wird der Rauschgenerator eingeschaltet und sein Pegel so justiert, dass am Messgerät die doppelte Rauschleistung bzw. die $\sqrt{2}$-fache Rauschspannung erscheint. Da die Rauschbeiträge von Baugruppe und Rauschgenerator unkorreliert sind, addieren sich ihre Rauschleistungen linear, und die gesuchte äquivalente Eingangsrauschleistung der Baugruppe ist somit gleich der am Generator eingestellten Ausgangsrauschleistung. Die Vorteile dieser Methode sind klar: Statt des Effektivwertmessers kann ein gewöhnliches HF-Messgerät eingesetzt werden, die Verstärkungen von Baugruppe und die Bandpassdämpfung sowie die Rauschbandbreite brauchen nicht bekannt zu sein, da sich alle diese Größen herauskürzen. Man benötigt lediglich einen kalibrierten Rauschgenerator. ◄

Gebräuchliche Rauschparameter

k x T_0 – Einheit und Rauschzahl

Wie aus den Gleichungen [3, 4] ersichtlich, ist die Rauschleistung, die ein idealer (rauschfreier) Empfänger vom Quellwiderstand eines Generators empfangen kann, gleich k x T_0 x B. In Bild 6 ist G ein Signal- oder Rauschgenerator, R1 dessen Innenwiderstand, Z_W der Wellenwiderstand des Verbindungskabels und R2 der Eingangswiderstand des Empfängers. In der HF-Technik strebt man meist R1 = Z_W = R2 (Leistungsanpassung) an.

Wie beschrieben, wird zunächst der Generator ausgeschaltet (gedanklicher Kurzschluss von G). Der Empfänger erhält nun eine Rauschleistung von k x T_0 x B. Anschließend wird der Rauschgenerator eingeschaltet.

Die zusätzliche Rauschleistung P_{rausch} wird am Generator abgelesen und ins Verhältnis zur k x T_0 x B gesetzt (Formel [11]). Der Faktor n bzw. die Rauschzahl F ist also die Anzahl an zusätzlichen kT_0-Einheiten, die einem Empfängereingang zugeführt werden müssen, um am Empfängerausgang eine Rauschleistungsverdoppelung (Erhöhung um 3 dB) zu erzielen. Für einen rauschfreien Idealempfänger wäre F = 1.

Rauschmaß (Noise Figure) und Rauschtemperatur

Das Rauschmaß, mit NF, F* oder F' bezeichnet, ist definiert in Formel [12]. Der rauschfreie Idealempfänger hat also ein Rauschmaß von 0 dB. Anstatt bei der zuvor beschriebenen Messprozedur den Rauschgenerator einzusetzen, wäre es auch möglich, einen Widerstand R1 zu erwärmen. Gemäß Gleichung [3] würde die von R1 an R2 gelieferte Rauschleistung proportional zur Kelvin-Temperatur ansteigen. Die gegenüber der Referenztemperatur von 290 K nötige Temperaturerhöhung zur Rauschleistungsverdoppelung bezeichnet man als Rauschtemperatur des Empfängers. Es gilt also auch Gleichung [13]. Der rauschfreie Idealempfänger hat eine Rauschtemperatur von 0 K. Diese ist eine reine Rechengröße und keinesfalls die reale Temperatur des Empfängers. Die Rauschtemperatur kann durchaus kleiner sein als die reale Temperatur, allerdings bei nicht optimalen Empfängern auch sehr viel höher.